ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ ĐÌNH QUỲNH

ĐỊNH LÝ ĐIỂM BẤT ĐỘNG CỦA ÁNH XẠ NỬA TỰA CO SUY RỘNG VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2019

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ ĐÌNH QUỲNH

ĐỊNH LÝ ĐIỂM BẤT ĐỘNG CỦA ÁNH XẠ NỬA TỰA CO SUY RỘNG VÀ ỨNG DỤNG

Ngành: TOÁN GIẢI TÍCH
Mã số: 8460102

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. BÙI THẾ HÙNG

Thái Nguyên - 2019

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2019
Người viết luận văn

Lê Đình Quỳnh

Lời cảm ơn

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới **TS. Bùi Thế Hùng**, người thầy tận tình hướng dẫn tôi trong suốt quá trình nghiên cứu để tôi có thể hoàn thành luận văn này.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu, khoa Toán cùng toàn thể các thầy cô giáo trường ĐHSP Thái Nguyên đã truyền thụ cho tôi những kiến thức quan trọng, tạo điều kiện thuận lợi và cho tôi những ý kiến đóng góp quý báu trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết vì vậy rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Cuối cùng xin cảm ơn gia đình và bạn bè đã động viên, khích lệ tôi trong thời gian học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2019

Tác giả

Lê Đình Quỳnh

Mục lục

Một số ký hiệu và viết tắt

$\mathbb{N}$	tập các số tự nhiên
$\mathbb{N}^*$	tập các số tự nhiên khác không
$\mathbb{R}$	tập các số thực
$\mathbb{R}_+$	tập số thực không âm
$\mathbb{C}$	tập các số phức
$\{x_n\}$	dãy số
$\emptyset$	tập rỗng
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp A và B
$A \times B$	tích Descartes của hai tập hợp A và B
(X, d)	không gian metric
$O(x; \infty)$	quỹ đạo của ánh xạ T tại điểm x
$\mathcal{B}(S)$	tập tất cả các hàm thực bị chặn trên S với chuẩn supremum
$\square$	kết thúc chứng minh

Mở đầu

Lý thuyết điểm bất động và ứng dụng là lĩnh vực nghiên cứu hấp dẫn của toán học hiện đại. Đây là lĩnh vực đã và đang thu hút được sự quan tâm của rất nhiều nhà toán học trong và ngoài nước. Lý thuyết điểm bất động là một công cụ quan trọng để nghiên cứu các hiện tượng phi tuyến tính. Nó có nhiều ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau của Toán học như sự tồn tại nghiệm của các phương trình vi, tích phân, hệ phương trình tuyến tính, phương trình hàm, quỹ đạo đóng của hệ động lực, ... Hơn nữa, nó còn có nhiều ứng dụng trong các ngành khoa học khác như khoa học máy tính, lý thuyết điều khiển, lý thuyết trò chơi, vật lý toán, sinh học, kinh tế, ... Sự phát triển mạnh mẽ của lý thuyết điểm bất động có thể nói bắt nguồn từ những ứng dụng rộng rãi của nó.

Nguyên lý ánh xạ co Banach là trung tâm của lý thuyết điểm bất động trên không gian metric. Sự ra đời của nguyên lý ánh xạ co Banach cùng với ứng dụng của nó đã mở ra sự phát triển mới của một lý thuyết điểm bất động metric. Lý thuyết điểm bất động metric phát triển chủ yếu theo ba vấn đề sau: Mở rộng các điều kiện co cho các ánh xạ; mở rộng các định lý điểm bất động đã biết lên các không gian có cấu trúc tương tự không gian metric; và tìm các ứng dụng của chúng. Đối với vấn đề mở rộng điều kiện co của ánh xạ, chúng ta đã biết được những lớp ánh xạ co tiêu biểu được kể đến như của Pant- Singh-Mishra [3], Popescu [5], Mot- Perusel [6], Rhoades [7], Singh- Mishra [8], Suzuki [9], ... Năm 1974, Ciric [1] đã chứng minh định lý điểm bất động cho ánh xạ tựa co trên không gian metric T- đầy đủ theo quỹ đạo. Năm 2015, Kumam- Dung-Sitthithakerngkiet [2] đã chứng minh định lý điểm bất động cho ánh xạ tựa co suy rộng trên không gian metric T- đầy đủ theo quỹ đạo. Kết quả này là mở rộng kết quả của Ciric [1]. Năm 2017, Pant [4] đã chứng minh định lý điểm bất động cho ánh xạ nửa tựa co suy rộng trên không gian metric T- đầy đủ theo quỹ đạo. Kết quả này là mở rộng các kết quả của Ciric [1] và Kumam- Dung- Sitthithakerngkiet [2].

Mục đích của luận văn là giới thiệu lại một số kết quả nghiên cứu của các tác giả Ciric [1], Kumam- Dung- Sitthithakerngkiet [2] và Pant [4] về định lý điểm bất động cho ánh xạ tựa co, tựa co suy rộng và nửa tựa co suy rộng trên không gian metric T- đầy đủ theo quỹ đạo.

Luận văn gồm phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1 chúng tôi trình bày khái niệm về không gian metric và nguyên lý ánh xạ co Banach. Ngoài ra chúng tôi còn trình bày một số mở rộng ở dạng đơn giản của nguyên lý ánh xạ co Banach.

Chương 2 dành cho việc trình bày khái niệm không gian metric đầy đủ theo quỹ đạo và một số định lý điểm bất động cho ánh xạ tựa co, tựa co suy rộng và nửa tựa co suy rộng trên không gian metric đầy đủ theo quỹ đạo. Ngoài ra, một ứng dụng vào bài toán quy hoạch động cũng được trình bày trong chương này.

Chương 1

Định lý điểm bất động của ánh xạ co Banach

Trong chương này, chúng tôi trình bày một số khái niệm về không gian metric và định lý điểm bất động của ánh xạ co Banach trong không gian metric đầy đủ và một số biến thể của nó.

1.1. Định nghĩa và ví dụ

Định nghĩa 1.1.1. Giả sử X là tập hợp khác rỗng. Hàm $d : X \times X \to \mathbb{R}$ được gọi là metric trên X nếu thỏa mãn

(i) $d(x, y) \geq 0$ với mọi $x, y \in X$ và $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.

(ii) $d(x, y) = d(y, x)$ với mọi $x, y \in X$.

(iii) $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ với mọi $x, y, z \in X$.

Khi đó cặp (X, d) gọi là không gian metric.

Ví dụ 1.1.2. Trên $C_{[0,1]}$, xét hàm số $d : C_{[0,1]} \times C_{[0,1]} \to \mathbb{R}$ bởi

$$d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)|dt, \text{ với mọi } x, y \in C_{[0,1]}.$$

Ta có

$$d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)|dt \geq 0, \text{ với mọi } x, y \in C_{[0,1]}.$$

Giả sử

$$d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)|dt = 0.$$

Điều này tương đương với

$$x(t) = y(t), \text{ với mọi } t \in [0, 1].$$

Điều này chứng tỏ $x = y$. Mặt khác, ta lại có

$$\begin{aligned}
d(x, y) &= \int_0^1 |x(t) - y(t)|dt \\
&= \int_0^1 |x(t) - z(t) + z(t) - y(t)|dt \\
&\leq \int_0^1 |x(t) - z(t)|dt + \int_0^1 |z(t) - y(t)|dt \\
&= d(x, z) + d(z, y).
\end{aligned}$$

với mọi $x, y, z \in C_{[0,1]}$. Vậy trong $(C_{[0,1]}, d)$ là không gian metric.

1.2. Sự hội tụ trong không gian metric

Định nghĩa 1.2.1. Cho (X, d) là không gian metric, $\{x_n\}$ là một dãy các phần tử của X, ta nói $\{x_n\}$ hội tụ đến $z \in X$ nếu

$$\lim_{n\to\infty} d(x_n, z) = 0.$$

Ta kí hiệu $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = z$ hoặc $x_n \to z$ khi $n \to \infty$.

Định lý 1.2.2. *Giả sử (X, d) là không gian metric. Khi đó*

(i) *Giới hạn của một dãy (nếu có) là duy nhất.*

(ii) *Nếu $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$ thì $\lim\limits_{n\to\infty} d(x_n, y_n) = d(a, b)$.*

Chứng minh. (i) Trong X giả sử $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$. Ta có

$$d(a, b) \leq d(a, x_n) + d(x_n, b) \text{ với mọi } n.$$

Cho $n \to \infty$ ta thu được $d(a, b) = 0$. Điều này kéo theo $a = b$.

(ii) Với mọi n ta đều có

$$d(a, b) \leq d(a, x_n) + d(x_n, y_n) + d(y_n, b).$$